



## 第7回「計算機を用いた数学研究」GCOEセミナー

### Program

日 時： 10月29日(金)・30日(土)

場 所： 京都大学理学部3号館110講演室・109号室(tea)

講演者： 杉田 洋 (大阪大学理学研究科数学専攻)

タイトル： モンテカル口法, 乱数, および疑似乱数

*Monte Carlo Method, Random Number, and Pseudorandom Number*

モンテカル口法は広く活用されているが、「コンピュータでは乱数を生成できない」という原理的困難により実際には乱数の代わりに疑似乱数を用いて計算を行うため、数学的には正当化不可能な便宜的手法だとされてきた。しかし、これは誤解である。じつは多くの場合（少なくともモンテカル口積分の場合）は、適切な疑似乱数を用いれば数学的に正当化可能であり、そんな正当化された手法は実用化もされている。この連続講演では、そうした事情を初歩から詳しく解説する。

参考： [http://homepage.mac.com/hiroshi\\_sugita/mcm.html](http://homepage.mac.com/hiroshi_sugita/mcm.html)

#### 10月29日(金)

##### 13:30-15:00 モンテカル口法の数学的定式化 *Mathematical formulation of Monte Carlo Method*

モンテカル口法の目的は何か、乱数とは何か、なぜモンテカル口法に乱数が必要なのか、どういう疑似乱数を用いればモンテカル口法は数学的に正当化されるのか、について、一つのモンテカル口法の実践例を基に解説する。ここで現れる諸概念は後続の三つの講演で詳しく解説する。

##### 15:30-17:00 乱数 *Random Number*

Kolmogorov Complexity に基づく Martin-Loef の乱数理論を紹介する。すでに古典的な理論であるが、計算機科学の専門家以外には、確率論研究者の間でもあまり知られていないのは残念である。乱数の概念はモンテカル口法の理論的困難を理解するのに本質的に重要であり避けて通れない。ここでは、部分帰納的関数、Kleene の標準形、枚挙定理、Kolmogorov Complexity とその計算不可能性、Martin-Loef の定理などを紹介する。

#### 10月30日(土)

##### 13:30-15:00 疑似乱数 *Pseudorandom Number*

短い  $\{0,1\}$ -列(種)を長い  $\{0,1\}$ -列(疑似乱数)に引き延ばす写像を疑似乱数生成器という。暗号理論で発案された疑似乱数生成器の安全性の概念を紹介する。これは、モンテカル口法の場合にも非常に有用である。安全な疑似乱数生成器の存在問題は PvsNP 問題と絡む難問であり未解決である。後半では、解析的に接近可能な「Weyl 変換による疑似乱数生成器」を紹介する。

##### 15:30-17:00 モンテカル口積分 *Monte Carlo Integration*

確率変数  $X$  の期待値を推定するために、 $X$  の独立なサンプルを多数生成し、その相加平均(標本平均)をコンピュータで計算する手法をモンテカル口積分という。モンテカル口法の実例のほとんどはモンテカル口積分である。ここでは、用途をモンテカル口積分に限れば安全な疑似乱数生成器が存在することを示す。すなわち、モンテカル口積分は疑似乱数を用いても数学的に正当化できるのである。とても実用的な例として「ランダム Weyl サンプルング(RWS)」と「動的ランダム Weyl サンプルング(DRWS)」を紹介する。