



「計算機を用いた数学研究」GCOEセミナー(第1回) プログラム

10月24日(金曜日)

14:00-15:00

鍛冶 静雄 (福岡大学)
例外型Lie群の不変量と計算機

良く知られているように、コンパクト単純リー群は、古典型と呼ばれる A_n , B_n , C_n , D_n の無限系列と、例外型と呼ばれる G_2 , F_4 , E_n ($n=7,8,9$) に分類される。一般的にLie群の位相的不変量は、古典型に対しては階数によらない統一的で綺麗な結論が記述できる場合が多いが、一方で例外型に関しては、一つ一つの型に対して場当たり的にしか扱えないこともあり、その結果も複雑になりがちである。しかし、これは逆に言えば、5つしかない例外型に対しては、別個に力技で問題を解決してしまえるということでもある。この立場から、過去においては職人芸的な計算で得られていた結果や、理論的には計算可能であっても人の手には負えなかった問題の解が、計算機を用いて簡単に得られる事を、複素 Lie 群の Chow 環の計算を例にとって紹介したい。

15:15-16:15

稲生 啓行 (京都大学)
複素力学系と計算機

複素力学系は計算機の出現によって急速に発展した分野である。この講演では、複素力学系で起きる様々な現象を理解する上で計算機がいかに有用であるかについて、相空間の不変集合 (ジュリア集合、ファトゥ集合) やパラメータ空間の分岐軌道として現れるフラクタル集合 (マンデルブロ集合など) を中心に解説する。時間が許せば、精度保証つき数値計算を用いた結果や、計算可能性などの最近の話題についても触れたい。

16:30-17:30

深谷 友宏 (京都大学)
計算機代数を使った代数的位相幾何学

位相幾何学というのは、連続した変形で移り合う空間の性質を調べる分野です。しかし実際にそうした連続的な変形を頭の中で行い、正確な議論をするのは困難です。そこで、そうした位相幾何の問題を、代数の問題に置き換えてしまうのが代数的位相幾何学といえます。一度代数の問題に置き換えてしまえば、そこでは正確な議論を展開することができるといふ訳です。一方近年では代数の問題を調べるのに、計算機を使う方法が現れました。その一つが、(多変数)多項式環を扱うときに強力な威力を発揮する、Groebner基底です。私は修士のときに、ある空間の、LS-categoryという不変量について研究しました。そのとき空間の性質を多項式環の性質に置き換え、Groebner基底と計算機を使って実験的な考察を行いました。そこで得られた情報を元に、その空間のLS-categoryに関する結果を得ることができました。今回は、こうした「位相を代数に翻訳する」とことと、私が計算機を用いて実際にに行った観察についてお話ししたいと思います。

懇親会(自由討論)

10月25日(土曜日)

10:30-11:30

Pawel Pilarczyk (Univ. Minho, Portugal)
The Computational Homology Project (CHomP) and Its Software for
Mathematical computing

This talk is supposed to be an introduction to the software for automatic homology computation published at the website of the Computational Homology Project <http://chomp.rutgers.edu/>. In addition to describing the software itself and explaining how to use it, a variety of applications will also be discussed. The core of the software is an efficient library of homology computation routines programmed in C++ and published with source code under the terms of the GNU General Public License. The downloadable package comes equipped with easy to use command-line programs for convenient access to the features of this library. The software provides algorithms for the homology computation at the abstract algebraic level (chain complexes), and also efficient techniques combined with geometric reduction methods for the homology computation of simplicial complexes and cubical complexes. (Cubical complexes are cellular complexes built upon a rectangular lattice in $\mathbb{R}^n$.) In the latter case, computation of the homomorphisms induced in homology for continuous maps is also supported, provided the map can be represented in a suitable way. In this talk, brief introduction to the concept of homology will be given, an overview of algorithms will be provided, basic examples of homology computation will be explained, and more advanced applications and open directions of research will be discussed.

11:45-12:45

Marcio Gameiro (京都大学)
Applications of Computational Homology to the Analysis of Complicated
Spatio-Temporal Patterns

We will discuss some applications of computational homology to the analysis of patterns arising from numerical simulations of PDEs and from experiments. When the patterns are given in the form of images, or they arise from simulations of PDEs in rectangular grids, they can naturally be represented as cubical sets, which is the natural input for CHomP. We then use CHomP to extract basic topological information from the patterns, and use this topological information to draw conclusions about the patterns. It may be possible for example, to identify patterns at different parameter values. This can be applied to a wide variety of patterns and is dimension independent. We will present examples of patterns generated by the FitzHugh-Nagumo and the Cahn-Hilliard equations defined on two-dimensional rectangular domains.

14:30-15:30

土岡 俊介 (京都大学)
コンピュータを数学研究に活用するためのヒントについて

数学の研究には、紙と鉛筆さえあれば良いとされているが、「事実を確認」し、結論を推論する際にコンピュータは威力を発揮する。しかし実際の研究においては、頭の中にあるアルゴリズムや概念をコンピュータ上に表現し計算することは、数学専攻の学生にとっては困難であることが多い。本講演では講演者のこれまでの経験に基づき、困難の原因を説明し、それを克服するアイデアを紹介したい。

15:45-16:45

荒井 迅 (北海道大学)
コンピュータとカオス Computers and Chaos

「カオス的」な力学系においては、どんなに小さな初期値の誤差も時間とともに拡大されてしまい、そのため未来の正確な予測は不可能である。一方、コンピュータを用いて力学系の軌道を計算するときには必ず数値的な誤差が生じてしまう。ではコンピュータを用いてカオス的な系を研究するのは不可能なのだろうか？本講演では、この困難を乗り越えるためのアイデアを幾つか紹介する。